

# Lista 2: Cálculo em várias variáveis reais

A. Ramos \*

April 18, 2019

## 1 Exercícios

Faça do livro texto <sup>1</sup>, os seguintes exercícios.

•

1. Capítulo 13.1: 12, 34, 35, 40, 41(c);
2. Capítulo 13.2: 8, 10, 33, 35, 49;
3. Capítulo 13.3: 1;
4. Capítulo 13.4: Exemplo 4, 10;
5. Capítulo 14.1: 6, 9, 19, 24, 39;
6. Capítulo 14.2: Exemplo 7, 7, 11, 15, 19, 37;
7. Capítulo 14.3: 17, 20, 24, 27, 35, 44, 47, 70, 77, 80, 85, 86;
8. Capítulo 14.4: Exemplo 1, 1, 3, 5, 17;
9. Capítulo 14.5: Exemplo 1, Exemplo 9, 5, 21, 32, 36, 39, 43, 51.

### 1.1 Exercícios adicionais

1. Parametrize a curva definida pela interseção  $z = 4 - y^2$  e  $z = x^2 + 3y^2$ .

Rpta  $\vec{\alpha}(t) = (2 \cos t, \sin t, 4 - \sin^2 t)$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ .

2. Encontre a reta tangente no ponto  $(1, 0, -2)$  da curva definida pela interseção  $x^2 + 3y^2 + z^2 = 1$  e  $x^2 + 3y^2 = 1$ .

Rpta  $\vec{r}(t) : (1, 0, -2) + t(0, \sqrt{3}, 0)$ ,  $t \in \mathbb{R}$ .

3. Considere a função

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 + \frac{yx^3}{x^4+y^2} & , \text{ se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , \text{ se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

A função  $f$  é contínua em  $(0, 0)$ ? Rpta: Sim. Use  $2|a||b| \leq a^2 + b^2$ .

4. Encontre os valores de  $a$  e  $b$  para que o plano  $ax + by + 2z + 2 = 0$  seja tangente ao paraboloide  $z = y^2 + 3x^2 + 1$  no ponto  $(1, 1, 5)$ . Rpta:  $a = -12$ ,  $b = -4$ .

5. Encontre a equação do plano tanete à superfície  $z = x^2 + xy$  que seja perpendicular aos planos  $x + y - z = 3$  e  $2x - y + z = 4$ . Rpta:  $y + z = 1$ .

6. Considere  $f(t)$  uma função real de classe  $C^2$  em todo  $\mathbb{R}$ . Se  $g(x, y) = x + y + f(x^2 + y^2)$ . Verifique que  $\frac{\partial^2 g}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} = 4(x^2 - y^2)\frac{d^2 f(t)}{dt^2}$ .

7. Se  $z = xy + xe^{y/x}$ . Verifique que  $x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} = xy + z$

\*Department of Mathematics, Federal University of Paraná, PR, Brazil. Email: albertoramos@ufpr.br.

<sup>1</sup>Livro texto: Cálculo. Volume II. J. Stewart, 5 edição.